

Краткая биография и научные результаты П.А. Жилина*

Павел Андреевич Жилин был заведующим кафедрой “Теоретическая механика” Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, заведующим лабораторией “Динамика механических систем” Института проблем машиноведения РАН, членом Российского Национального комитета по теоретической и прикладной механике, членом Международного общества прикладной математики и механики (ГАММ), членом президиума Научно-методического совета по прикладной механике Министерства высшего образования РФ, действительным членом Санкт-Петербургской АН по проблемам прочности. Ему принадлежит свыше 200 научных работ, монографии “Векторы и тензоры второго ранга в трехмерном пространстве” (2001), “Теоретическая механика: фундаментальные законы механики” (2003). Под руководством П.А. Жилина защищено шестнадцать кандидатских и шесть докторских диссертаций.

Павел Андреевич родился 8 февраля 1942 г. в городе Великий Устюг Вологодской области, где семья оказалась во время войны. Детство Павла Андреевича прошло в Волхове и Подпорожье — городах, связанных с работой его отца, Андрея Павловича Жилина. Волховская ГЭС, каскад Свирских электростанций — места работы А.П. Жилина. Андрей Павлович был энергетиком, в то время — главным инженером каскада Свирских гидроэлектростанций. Мать Павла Андреевича, Зоя Алексеевна Жилина, воспитывала сыновей и вела домашнее хозяйство. В 1956 году Андрей Павлович был переведен на должность главного энергетика во всесоюзном тресте “Гидроэлектромонтаж” и семья переехала в Ленинград. Старший брат, Сергей Андреевич Жилин, пошел по стопам отца, стал инженером и участвует в создании высоковольтных электрических аппаратов. Павел Андреевич в 1959 г. закончил 172 среднюю школу и поступил в Ленинградский политехнический институт. Еще в школе Павел Андреевич познакомился со своей будущей женой, Ниной Александровной, которая была ему верным другом и помощником на протяжении всей жизни. Во время учебы в институте Павел Андреевич увлекся настольным теннисом и на протяжении многих лет был капитаном студенческой, а позже институтской команды,

*Редакционная коллегия приносит благодарность Н.А. Жилиной за предоставленные биографические данные. При составлении обзора научных результатов, по возможности, максимально использовался оригинальный текст П.А. Жилина, взятый из его рукописей и статей.

неоднократно побеждавшей на первенствах города среди студенческих и спортивных коллективов. П.А. Жилину было присвоено звание кандидата в мастера спорта (в то время высшее звание в этой спортивной дисциплине).

В период 1959–1965 гг. Павел Андреевич Жилин учился в Ленинградском политехническом институте на кафедре “Механика и процессы управления” физико-механического факультета. Эту же кафедру впоследствии закончила дочь Павла Андреевича, Ольга Павловна Жилина. По окончании института П.А. Жилин получил квалификацию инженер-физик по специальности “Динамика и прочность машин” и в период 1965–1967 гг. работал инженером в отделе прочности гидротурбин Центрального котлотурбинного института. В 1967 г. был принят на кафедру “Механика и процессы управления”, где работал сначала в должности ассистента, затем старшего научного сотрудника, доцента и профессора. Основателем кафедры и ее заведующим был Анатолий Исаакович Лурье, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент АН СССР, всемирно известный ученый. Павел Андреевич стал любимым учеником А.И. Лурье, много часов он провел в совместной работе с Анатолием Исааковичем за его рабочим столом, научное мировоззрение Павла Андреевича в значительной степени формировалось под влиянием Анатолия Исааковича. П.А. Жилин — кандидат физико-математических наук с 1968 г. (тема диссертации “Теория ребристых оболочек”), доктор физико-математических наук с 1984 г. (тема диссертации “Теория простых оболочек и ее приложения”), профессор по кафедре механики и процессов управления с 1989 г. В 1974–1975 гг. П.А. Жилин проходил стажировку в Датском техническом университете (Дания). Работая на кафедре “Механика и процессы управления” П.А. Жилин читал лекции по аналитической механике, теории колебаний, теории упругости, теории оболочек, тензорному анализу, механике сплошных сред. В 1988 г. он был приглашен в Ярмукский университет (Иордания) для постановки курса “Механика сплошных сред” на физическом факультете. Одновременно с преподаванием, П.А. Жилин активно вел научную работу в области теории пластин и оболочек, нелинейной теории стержней, теории упругости, механики сплошных сред; им получено три свидетельства об изобретении в области виброизоляции и гидроакустики, ему присвоен знак “Изобретатель СССР”.

С 1989 года Павел Андреевич — заведующий кафедрой “Теоретическая механика”. За время его руководства кафедрой пятеро сотрудников защитили докторские диссертации, у четверых из них Павел Андреевич был научным консультантом. Во время работы на кафедре “Теоретическая механика” П.А. Жилин поставил и читал оригинальные курсы тензорной алгебры, теоретической механики и теории стержней. В этот период времени Павел Андреевич серьезно работал в области исследования и разработки фундаментальных основ механики. К этому периоду относятся его исследования спинорных движений в механике и физике, фазовых переходов и явлений неупругости, электродинамики с позиций рациональной механики, логических основ механики. С 1994 года Павел Андреевич — заведующий лабораторией “Динамика механических систем” Института проблем машиноведения РАН. С 1993 г. он состоял членом научного комитета ежегодной международной школы-конференции “Актуальные проблемы механики” (“Advanced Problems in Mechanics”), проводимой Институтом проблем машиноведения РАН.

4 декабря 2005 года Павел Андреевич Жилин ушел из этой жизни. Его жизненный путь стал частью истории науки. Трудно оценить влияние, которое оказал Павел Андреевич на его учеников, коллег, всех, кому выпало счастье личного знакомства с ним. У него была необыкновенная способность пробуждать интерес к науке, заставлять взглянуть по-новому, с неожиданной стороны на окружающий нас мир. Павел Андреевич был отзывчивым, добрым человеком, у которого для каждого всегда находился дельный совет и поддержка. Поражали в Павле Андреевиче его выдающиеся человеческие качества, его абсолютная научная и человеческая честность. Мы, ученики, благодарны судьбе, подарившей нам возможность общения с этим замечательным человеком и выдающимся ученым, ставшим для нас олицетворением духовности.

Научные результаты

Теория оболочек

Разработке теории оболочек посвящены ранние работы П.А. Жилина, его кандидатская и докторская диссертации. Когда П.А. Жилин начал свои исследования в этой области, ситуация с теоретическим описанием конструкций типа оболочек была следующая. Из множества подобных конструкций выделялись некоторые подмножества элементов, обладающих сходными свойствами; для них разрабатывались соответствующие варианты теорий оболочек, такие как: теория тонких однослойных оболочек; теория конструктивно-анизотропных оболочек; теория ребристых оболочек; теория тонких многослойных оболочек; теория перфорированных оболочек; теория сетчатых оболочек; теория однослойных оболочек не малой толщины и целый ряд других. В рамках каждого из перечисленных вариантов можно указать несколько версий, различающихся как исходными посылками, так и конечными уравнениями. Процесс развития этих теорий оболочек нельзя считать законченным, поскольку в технике непрерывно возникают новые конструкции, расчет которых в рамках существующих вариантов теорий оказывается невозможным. П.А. Жилиным построена (1975–1984) общая нелинейная теория термоупругих оболочек, метод построения которой принципиально отличается от всех известных вариантов построения теории оболочек и легко переносится на любые конструкции типа оболочек и другие объекты механики сплошных сред. Наиболее полно этот подход изложен в работе [1].

1. Жилин П.А. Прикладная механика. Основы теории оболочек. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2006. 167 с.

Дискретно подкрепленные термоупругие оболочки

Разработана (1965–1970) общая теория дискретно подкрепленных термоупругих оболочек [1, 3] и даны ее приложения к решению практически важных задач: расчет спиральной камеры высоконапорных гидротурбин Нурекской ГЭС [2] и вакуумной камеры термоядерной установки Токамак-20 [4].

Предложена (1966) реализация метода Стеклова-Фубини для дифференциальных уравнений, коэффициенты которых содержат особенности типа δ -функций. Применительно к дискретно подкрепленным цилиндрическим оболочкам метод позволил найти решение в явном виде [5].

1. Жилин П.А. Общая теория ребристых оболочек // Труды ЦКТИ. 1968. N 88. С. 46–70.
2. Жилин П.А. Михеев В.И. Торообразная оболочка с меридиональными ребрами для расчета спиральных камер гидротурбин // Труды ЦКТИ. 1968. N 88. С. 91–99.
3. Жилин П.А. Линейная теория ребристых оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1970. N 4. С. 150–162.
4. Жилин П.А., Конюшевская Р.М., Пальмов В.А., Чвартацкий Р.В. К расчету напряженно-деформированного состояния разрядных камер установок Токамак. Л., НИИЭФА П-ОМ-0550. 1982. С. 1–13.
5. Жилин П.А. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1966. N 5. С. 139–142.

Новая формулировка второго закона термодинамики, относящаяся к тонким поверхностям

Предложена (1973) новая формулировка второго закона термодинамики [1–4] в виде двух связанных неравенств типа Клаузиуса-Дюгема-Трусделла. Формулировка относится к тонким поверхностям, каждая сторона которых наделяется собственной температурой и энтропией. Таким образом, в формулировку входят две энтропии, два внутренних температурных поля и два внешних температурных поля. Помимо теории оболочек, данная формулировка оказалась полезной в физике твердого тела при изучении влияния поверхностных эффектов на свойства твердых тел, а также при описании поверхностей раздела между различными фазами твердого тела.

1. Zhilin P.A. Mechanics of Deformable Surfaces. The Danish Center for Appl. Math and Mech. Report N 89. 1975. P. 1–29.
2. Zhilin P.A. Mechanics of Deformable Cosserat Surfaces and Shell Theory. The Danish Center for Appl. Math and Mech. Annual report. 1975.
3. Жилин П.А. Механика деформируемых оснащенных поверхностей // Труды 9-й Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Л., “Судостроение”. 1975. С. 48–54.
4. Zhilin P.A. Mechanics of Deformable Directed Surfaces // Int. J. Solids Structures. 1976. Vol. 12. P. 635–648.

Обобщение классической теории симметрии тензорных величин

Введено (1977) важное дополнение в алгебру тензоров, а именно понятие ориентированных тензоров, т. е. объектов, зависящих от выбора ориентации как в трехмерном пространстве, так и в его подпространствах. Для ориентированных тензоров сформулирована теория симметрии [1, 2], обобщающая классическую теорию симметрии,

применимую только для евклидовых тензоров. Показано, что применение классической теории, например, к аксиальным тензорам, т. е. объектам, зависящим от выбора ориентации в трехмерном пространстве, ведет к ошибочным выводам. Предложенная теория оказывается необходимой при построении определяющих уравнений оболочек и других мультиполярных сред, а также при рассмотрении ионных кристаллов.

1. Жилин П.А. Общая теория определяющих уравнений в линейной теории упругих оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1978. N 3. С. 190.
2. Жилин П.А. Основные уравнения неклассической теории оболочек // Динамика и прочность машин. Труды ЛПИ. N 386. 1982. С. 29–46.

Общая нелинейная теория термоупругих оболочек

Построена (1975–1984) общая нелинейная теория термоупругих оболочек. Метод построения принципиально отличается от всех известных вариантов построения теории оболочек и легко переносится на другие объекты механики сплошных сред. Главная особенность метода в том, что с его помощью можно изучать объекты типа оболочек сложного внутреннего строения, т. е. в тех случаях, когда традиционные методы построения теории оболочек не применимы [1–11]. Для оболочек постоянной толщины из изотропного материала новый метод ведет к результатам, которые хорошо согласуются с полученными классическими методами и дают превосходное согласие с трехмерной теорией упругости при любых внешних воздействиях, включая сосредоточенные силы.

1. Жилин П.А. Двумерная деформируемая среда. Математическая теория и физические интерпретации // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1972. N 6. С. 207–208.
2. Жилин П.А. Современная трактовка теории оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1974. N 4.
3. Zhilin P.A. Mechanics of Deformable Surfaces. The Danish Center for Appl. Math and Mech. Report N 89. 1975. P. 1–29.
4. Zhilin P.A. Mechanics of Deformable Cosserat Surfaces and Shell Theory. The Danish Center for Appl. Math and Mech. Annual report. 1975.
5. Жилин П.А. Механика деформируемых оснащенных поверхностей // // Труды 9-й Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Л., “Судостроение”. 1975. С. 48–54.
6. Zhilin P.A. Mechanics of Deformable Directed Surfaces // Int. J. Solids Structures. 1976. Vol. 12. P. 635–648.
7. Жилин П.А. Общая теория определяющих уравнений в линейной теории упругих оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1978. N 3. С. 190.
8. Жилин П.А. Новый метод построения теории тонких упругих оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1978. N 3.

9. Жилин П.А. Прямое построение теории оболочек на основании физических принципов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1980. N 3. С. 179.
10. Жилин П.А. Основные уравнения неклассической теории оболочек // Динамика и прочность машин. Труды ЛПИ. N 386. 1982. С. 29–46.
11. Альтенбах Х., Жилин П.А. Общая теория упругих простых оболочек // Успехи механики. Advances in mechanics — Warszawa, Polska. 1988. N 4. С. 107–148.

Устранение парадокса в задаче о прогибе круглой пластины

Построено (1982) точное аналитическое решение задачи о конечных перемещениях круглой гибкой пластины [1, 2]. Полученное решение устранило известный парадокс, содержащийся в справочниках и заключающийся в том, что прогиб мембраны, т. е. пластины без учета жесткости на изгиб, оказывается меньше, чем прогиб, найденный с учетом жесткости на изгиб. (Речь идет о круглой пластине, защемленной по контуру и нагруженной поперечным давлением, величина которого исключает использование линейной теории, причем последняя завышает прогиб примерно в 25 раз). Позднее, идея работ [1, 2] была использована при расчете электродинамического затвора [3].

1. Жилин П.А. Осесимметричный изгиб гибкой круглой пластинки при больших перемещениях // Вычислительные методы в механике и управлении. Труды ЛПИ. N 388. 1982. С. 97–106.
2. Жилин П.А. Осесимметричный изгиб круглой пластинки при больших перемещениях // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1984. N 3. С. 138–144.
3. Венатовский И.В., Жилин П.А., Комягин Д.Ю. Авторское свидетельство N 1490663 с приоритетом от 2 ноября 1987 г.

Критические обзоры

1. Жилин П.А. О теориях пластин Пуассона и Кирхгофа с позиций современной теории пластин // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1992. N 3. С. 48–64.
2. Жилин П.А. О классической теории пластин и преобразовании Кельвина-Гэта // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1995. N 4. С. 133–140.
3. Altenbach H., Zhilin P.A. The Theory of Simple Elastic Shells // in Critical Review of The Theories of Plates and Shells and New Applications, ed. by H. Altenbach and R. Kienzler. Berlin, Springer. 2004. P. 1–12.

Теория стержней

Построена (1987–2005) динамическая теория тонких пространственно изогнутых и естественно закрученных стержней. Предлагаемая теория включает в себя все известные варианты теории стержней, но обладает более широкой областью применимости. Значительное внимание уделено анализу ряда классических задач, включая те из них, решение которых ведет к парадоксальным результатам. Наиболее полно результаты по теории стержней изложены в работе [1].

1. Жилин П.А. Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2006. 98 с. (В печати)

Общая нелинейная теория стержней и ее приложения к решению конкретных задач

На основе метода, разработанного при построении теории оболочек, сформулирована (1987) общая нелинейная теория гибких стержней [1], в которой учитываются все основные виды деформации: изгиб, кручение, растяжение, поперечный сдвиг. Применение тензора поворота позволило записать уравнения в компактной форме, удобной для математического исследования. В отличие от всех известных теорий, предлагаемая теория описывает экспериментально открытый эффект Пойнтинга, состоящий в укорочении стержня при его кручении. Построенная теория применялась для анализа ряда конкретных задач [2, 3]. Предложен (2005) новый метод [4–6] построения тензоров упругости и установлена их структура. При этом существенно используется новая теория симметрии тензоров, определенных в пространстве с двумя независимыми ориентациями. Для плоских упругих кривых определены все модули упругости.

1. Голоскоков Д.П., Жилин П.А. Общая нелинейная теория упругих стержней с приложением к описанию эффекта Пойнтинга // Депонировано ВИНТИ N 1912-B87 Деп. 20 с.
2. Жилин П.А., Товстик Т.П. Вращение твердого тела на инерционном стержне // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. N 458. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 1995. С. 78–83.
3. Жилин П.А., Сергеев А.Д., Товстик Т.П. Нелинейная теория стержней и ее приложения // Тр. XXIV Всесоюзной школы-семинара “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. С.-Петербург. 1997. С. 313–337.
4. Жилин П.А. Теория тонких упругих стержней // Лекция на XXXIII летней школе - конференции “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2005. Настоящий сборник. Т. 1.
5. Zhilin P.A. Nonlinear Theory of Thin Rods // Lecture at XXXIII Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg, Russia. 2005. Current book. Vol. 2.
6. Жилин П.А. Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2006. 98 с. (В печати)

Эластика Эйлера

Рассмотрена (1997–2005) знаменитая эластика Эйлера [1–5] и показано, что наряду с известными равновесными конфигурациями в ней существуют и динамические равновесные конфигурации. При этом форма упругой линии не меняется, а изогнутый стержень совершает вращательное движение вокруг вертикальной оси. Энергия деформации при этом не меняется. Подчеркнем, что речь не идет о движениях стержня как жесткого целого, поскольку заделанный торец стержня остается неподвижным.

Отсюда следует, что изогнутая равновесная конфигурация в эластике Эйлера является, вопреки общепринятой точке зрения, неустойчивой. С другой стороны, этот вывод не подтверждается экспериментальными данными. Поэтому возникает парадоксальная ситуация, которая требует своего решения.

1. Жилин П.А., Сергеев А.Д., Товстик Т.П. Нелинейная теория стержней и ее приложения // Тр. XXIV Всесоюзной школы-семинара “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. С.-Петербург. 1997. С. 313–337.
2. Zhilin P.A. Dynamic Forms of Equilibrium Bar Compressed by a Dead Force // Proc. of 1st Int. Conf. Control of Oscillations and Chaos. Vol. 3. 1997. P. 399–402.
3. Жилин П.А. Теория тонких упругих стержней // Лекция на XXXIII летней школе - конференции “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2005. Настоящий сборник. Т. 1.
4. Zhilin P.A. Nonlinear Theory of Thin Rods // Lecture at XXXIII Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg, Russia. 2005. Current book. Vol. 2.
5. Жилин П.А. Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2006. 98 с. (В печати)

Парадокс Николаи

Анализируется (1993–2005) ситуация [1–7], известная под названием парадокса Николаи, которая возникает при кручении стержня торцевым моментом. В этом случае эксперимент показывает, что крутящий момент, оказывает стабилизирующее действие, что находится в резком противоречии с теорией. Показано [6], что избежать указанных парадоксов можно при специальном выборе определяющего уравнения для момента. Оказывается, что момент должен специальным образом зависеть от угловой скорости. Последняя зависимость не связана с наличием (или отсутствием) внутреннего трения в стержне.

1. Жилин П.А., Сергеев А.Д. Кручение упругого консольного стержня моментом, приложенным на свободном торце. С.-Пб.: Изд. СПбГТУ. 1993. 32 с.
2. Жилин П.А., Сергеев А.Д. Экспериментальное исследование устойчивости консольного стержня при кручении // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1993. N 446. С. 174–175.
3. Жилин П.А., Сергеев А.Д. Равновесие и устойчивость тонкого стержня, нагруженного консервативным моментом // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1994. N 448. С. 47–56.
4. Жилин П.А., Сергеев А.Д., Товстик Т.П. Нелинейная теория стержней и ее приложения // Тр. XXIV Всесоюзной школы-семинара “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. С.-Петербург. 1997. С. 313–337.

5. Жилин П.А. Теория тонких упругих стержней // Лекция на XXXIII летней школе - конференции "Актуальные проблемы механики". С.-Петербург. 2005. Настоящий сборник. Т. 1.
6. Zhilin P.A. Nonlinear Theory of Thin Rods // Lecture at XXXIII Summer School - Conference "Advanced Problems in Mechanics". St.Petersburg, Russia. 2005. Current book. Vol. 2.
7. Жилин П.А. Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2006. 98 с. (В печати)

Развитие математических методов

Предложен (1995) подход [1], позволяющий анализировать устойчивость движений при наличии спинорных движений, описываемых тензором поворота. Проблема в том, что тензоры поворота не являются, в отличие от векторов перемещений, элементами линейного пространства. Поэтому уравнения в вариациях выписываются в виде цепочки уравнений, правые части которых нелинейно зависят от предыдущих вариаций. Тем не менее, полученная цепочка уравнений допускает точное разделение переменных, т.е. отделение временной переменной.

1. Жилин П.А. Спинорные движения и устойчивость равновесных конфигураций тонких упругих стержней // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1995. N 458. С. 56–73.

Динамика абсолютно твердого тела

Впервые динамика абсолютно твердого тела изложена на языке прямого тензорного исчисления. Разработан математический аппарат описания спинорных движений, основанный на использовании тензора поворота и связанных с ним понятий. Наиболее полное отражение новые результаты в области динамики абсолютно твердого тела нашли в работах:

1. Жилин П.А. Теоретическая механика. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 2001. 146 с.
2. Жилин П.А. Векторы и тензоры второго ранга в трехмерном пространстве. СПб.: Нестор. 2001. 276 с.
3. Жилин П.А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2003. 340 с.

Развитие математических методов

Дано (1992) общее исследование тензора поворота — работы [1, 7, 8], где предложено новое доказательство кинематического уравнения Эйлера. Правильное доказательство последнего было у Л. Эйлера и в старых учебниках по теоретической механике, но оно было чрезвычайно громоздким. В известном курсе Т. Леви-Чивиты

и У.Амальди (1922) впервые появилось очень компактное, но ошибочное, доказательство кинематического уравнения Эйлера. Позднее это доказательство проникло практически во все современные курсы (исключая курс Г.К.Суслова). В работе [1] приведено доказательство новой теоремы сложения угловых скоростей, отличающейся от приводимых в учебниках.

Выведено (1992) новое уравнение [1, 4–8], связывающее левую угловую скорость с производной от вектора поворота. Это уравнение оказывается необходимым при определении понятия потенциального момента. Кроме того, оно оказывается чрезвычайно полезным при численных решениях задач динамики твердого тела, поскольку при этом вообще не возникает необходимость вводить системы углов или системы параметров типа Клейна-Гамильтона.

Доказана (1995) новая теорема [2, 3, 7, 8] о представлении тензора поворота в виде композиции поворотов вокруг произвольно выбираемых фиксированных осей. Все известные представления тензора поворота (точнее его матричных аналогов) через углы Эйлера, углы Брайнта, самолетные и корабельные углы и т. д. являются частными случаями общей теоремы, роль которой, тем не менее, вовсе не сводится к простому обобщению. Суть вопроса в том, что при традиционном выборе системы углов, независимо каких именно, мы предварительно выбираем оси, поворотами вокруг которых мы описываем рассматриваемое (неизвестное заранее) вращение тела. Если этот выбор осей сделан неудачно, а удачный выбор проблематичен, то шансы проинтегрировать, и даже качественно проанализировать, получающуюся в результате систему уравнений весьма невелики. Более того, даже в тех случаях, когда проинтегрировать систему удастся, практическая польза от полученного решения зачастую невелика, так как очень часто это решение будет содержать либо полюсы, либо неопределенности типа ноль делить на ноль. В результате, численное решение, получаемое с помощью ЭВМ, после первого же полюса или неопределенности оказывается сильно искаженным. Достоинство и назначение обсуждаемой теоремы в том, что она позволяет рассматривать оси вращения как основные неизвестные и определять их в процессе решения задачи. В результате удается получать простейшие, из всех возможных форм, представления решения.

Предложен (1997) подход [4–6], позволяющий анализировать устойчивость движений при наличии спинорных движений, описываемых тензором поворота. Развита метод возмущений на множестве собственно ортогональных тензоров.

1. Жилин П.А. Тензор поворота в описании кинематики твердого тела // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1992. N 443. С. 100–121.
2. Zhilin P.A. A New Approach to the Analysis of Euler-Poinsot problem // ZAMM. Z. angew. Math. Mech. **75**. (1995) S 1. P. 133–134.
3. Zhilin P.A. A New Approach to the Analysis of Free Rotations of Rigid Bodies // ZAMM. Z. angew. Math. Mech. **76**. (1996) N 4. P. 187–204.
4. Жилин П.А. Динамика и устойчивость положений равновесия твердого тела на упругом основании // Тр. XXIV школы-семинара “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. С.-Петербург. 1997. С. 90–122.

5. Zhilin P.A. A General Model of Rigid Body Oscillator // Proc. of the XXV-XXIV Summer Schools "Nonlinear Oscillations in Mechanical Systems". Vol. 1. St.Petersburg. 1998. P. 288–314.
6. Zhilin P.A. Rigid body oscillator: a general model and some results // Acta Mechanica. Vol. 142. (2000) P. 169–193.
7. Жилин П.А. Векторы и тензоры второго ранга в трехмерном пространстве. СПб.: Нестор. 2001. 276 с.
8. Жилин П.А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2003. 340 с.

Новые решения классических задач

Получено (1995) новое решение [1, 2] классической задачи о свободном вращении твердого тела вокруг неподвижного центра масс (случай Эйлера). Показано, что для каждого тензора инерции тела вся область начальных данных разбивается на две подобласти. Известно, что не существует такой системы параметров, чтобы одной картой без полюсов покрыть всю область начальных данных. Этот факт подтвержден и в работе [2], где в каждой из двух подобластей и для границы раздела тело вращается вокруг различных осей, которые зависят только от начальных данных. Внутренним точкам упомянутых подобластей отвечают устойчивые вращения тела, а границе раздела отвечают неустойчивые вращения. При построении решения существенную роль играет описанная выше теорема о представлении тензора поворота. В конечном счете все искомые характеристики выражаются через одну функцию, определяемую быстро сходящимся рядом весьма простого вида. Поэтому при вычислениях никаких проблем не возникает. Правильность определения осей, вокруг которых поворачивается тело, проявляется в том, что скорости прецессии и собственного вращения оказываются знакопостоянными. Напомним, что в известных решениях знакопостоянна только скорость прецессии, т.е. в этих решениях правильно угадана только одна из двух осей поворота. Из решения [2] следует, что формально устойчивые решения, тем не менее, практически могут оказаться неустойчивыми, если некий параметр оказывается достаточно малым (границе раздела отвечает нулевое значение параметра). В этом случае тело может перескочить из одного устойчивого режима вращения на другой устойчивый режим в результате сколь угодно малых и кратковременных внешних воздействий (удар малого метеорита).

Получено (1996, 2003) новое решение [3, 4] классической задачи о вращении твердого тела с трансверсально изотропным тензором инерции в однородном поле тяготения (случай Лагранжа). С формально-математической точки зрения решение этой задачи известно очень давно и приведено во многих книгах и учебниках. Тем не менее, известное решение трудно поддается ясному физическому истолкованию и неоправданно сложно описывает некоторые простые типы движения. В случае быстровращающегося гироскопа получено практически точное решение в элементарных функциях. Показано [4], что выражение для скорости прецессии, найденное по элементарной теории гироскопов дает ошибку в главном члене.

В рамках динамики абсолютно твердого тела найдено (2003) объяснение того факта, что скорость вращения Земли не постоянна, а ось Земли слегка колеблется [5]. Обычно этот факт объясняется тем, что Земля не может считаться абсолютно твердым телом. Однако, если направление динамического спина немного отличается от направления оси Земли, то ось Земли будет прецессировать вокруг вектора динамического спина и, следовательно, будет немного меняться угол между осью Земли и плоскостью эклиптики. При этом смена суток на Земле будет определяться не вращением Земли вокруг собственной оси, а прецессией ее оси.

1. Zhilin P.A. A New Approach to the Analysis of Euler-Poinsot problem // ZAMM. Z. angew. Math. Mech. **75**. (1995) S 1. P. 133–134.
2. Zhilin P.A. A New Approach to the Analysis of Free Rotations of Rigid Bodies // ZAMM. Z. angew. Math. Mech. **76**. (1996) N 4. P. 187–204.
3. Zhilin P.A. Rotations of Rigid Body with Small Angles of Nutation // ZAMM. Z. angew. Math. Mech. **76**. (1996) S 2. P. 711–712.
4. Жилин П.А. Вращение твердого тела с неподвижной точкой: случай Лагранжа // Доклад на XXXI летней школе “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2003. Настоящий сборник. Т. 1.
5. Жилин П.А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2003. 340 с.

Новые модели в рамках динамики абсолютно твердого тела

Известна роль, которую играет обычный осциллятор в ньютоновской механике. В эйлеровской механике аналогичную роль играет твердое тело на упругом основании. Такая система может быть названа твердотельным осциллятором. Последний необходим при построении динамики мультиполярных сред, но в общем случае в литературе не только не исследован, но даже и не описан. Хотя частные случаи твердотельного осциллятора, конечно, рассматривались, например, при анализе ядерного магнитного резонанса, а также в многочисленных работах прикладного характера, но при малых углах поворота. Предложена (1997) постановка задачи динамики твердого тела на нелинейно упругом основании [1, 3, 6]. Введено общее определение потенциального момента. Даны примеры решения конкретных задач.

Впервые (1997) дана математическая постановка задачи о двухроторном гиростате на упругом основании [2, 4, 5]. Упругое основание определено заданием энергии деформации в виде скалярной функции вектора поворота. В конечном счете задача сведена к интегрированию системы нелинейных дифференциальных уравнений, имеющих простую структуру, но достаточно сложную нелинейность. Отличие этих уравнений от традиционно используемых в динамике твердого тела в том, что при их написании не требуется вводить искусственных параметров типа углов Эйлера или параметров Кэли-Гамильтона. Рассмотрены решения конкретных задач. При этом на примере частного случая описан новый метод интегрирования основных уравнений. Решение получено в квадратурах для изотропного нелинейного упругого основания.

Модель абсолютно твердого тела обобщена (2003) на случай тела, состоящего не из материальных точек, а из тел-точек общего вида [7]. Рассмотрена модель квазитвердого тела, которое состоит из вращающихся частиц, расстояния между которыми не меняются в процессе движения.

1. Жилин П.А. Динамика и устойчивость положений равновесия твердого тела на упругом основании // Тр. XXIV школы-семинара "Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем". С.-Петербург. 1997. С. 90–122.
2. Жилин П.А., Сорокин С.А. Мультироторный гиростат на нелинейно упругом основании // ИПМаш РАН: Препринт N 140. 1997. 83 с.
3. Zhilin P.A. A General Model of Rigid Body Oscillator // Proc. of the XXV-XXIV Summer Schools "Nonlinear Oscillations in Mechanical Systems". Vol. 1. St.Petersburg. 1998. P. 288–314.
4. Zhilin P.A., Sorokin S.A. The Motion of Gyrostat on Nonlinear Elastic Foundation // ZAMM. Z. Angew. Math. Mech. **78**. (1998) S 2. P. 837–838.
5. Zhilin P.A. Dynamics of the two rotors gyrostat on a nonlinear elastic foundation // ZAMM. Z. angew. Math. Mech. **79**. (1999) S 2. P. 399–400.
6. Zhilin P.A. Rigid body oscillator: a general model and some results // Acta Mechanica. Vol. 142. (2000) P. 169–193.
7. Жилин П.А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2003. 340 с.

Динамика твердого тела на инерционном упругом основании

Проблемы создания высокооборотных центрифуг со скоростями вращения 120–200 тыс. об./мин потребовали создания усложненных механических моделей. В качестве такой модели выбрано твердое тело на упругом основании, причем параметры ротора и упругого основания таковы, что упругое основание уже нельзя считать безынерционным. Предложен (1995) метод [1, 2], позволяющий свести задачу к решению относительно простого интегро-дифференциального уравнения.

1. Жилин П.А., Товстик Т.П. Вращение твердого тела на инерционном стержне // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. N 458. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 1995. С. 78–83.
2. Ivanova E.A., Zhilin P.A. Non-stationary regime of the motion of a rigid body on an elastic plate // Proc. of XXIX Summer School - Conference "Advanced Problems in Mechanics". St.Petersburg. 2002. P. 357–363.

Закон трения Кулона и парадоксы Пенлеве

Применение закона Кулона имеет свою специфику, связанную с неединственностью решения задач динамики. Показано (1993), что возникновение парадоксов Пенлеве связано с тем, что выдвигаются априорные допущения и о характере движения и

характере сил, требуемых для создания этого движения. Корректная же постановка задачи требует или определять силы по заданному движению, или определять движение по заданным силам [1, 2].

1. Жилин П.А., Жилина О.П. О законах трения Кулона и парадоксах Пенлеве // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1993. N 446. С. 52–81.
2. Wiercigroch M., Zhilin P.A. On the Painleve Paradoxes // Proc. of the XXVII Summer School “Nonlinear Oscillations in Mechanical Systems”. St.Petersburg. 2000. P. 1–22.

Фундаментальные законы механики

Предложены (1994) формулировки основных принципов и законов эйлеровой механики [1–5] с явным введением в них спинорных движений. Все законы сформулированы для открытых тел, т. е. тел переменного состава, что оказывается чрезвычайно важным при описании взаимодействий макротел с электромагнитными полями. Кроме того, изменено в этих формулировках и само понятие тела, в которое включаются не только частицы, но и поля. Именно последние являются причиной необходимости рассмотрения тел переменного состава. Важность спинорных движений, в частности, определяется тем, что истинный магнетизм можно определить только через спинорные движения, в отличие от индуцированного магнетизма, порождаемого токами Фуко, т. е. трансляционными движениями.

Введен в рассмотрение (1994) новый исходный объект — тело–точка [1–5]. Относительно тела–точки предполагается, что оно занимает нулевой объем и его движение определено, если задан вектор положения и тензор поворота. Постулируется, что кинетическая энергия тела–точки есть квадратичная форма его трансляционной и угловой скоростей, а количество движения и собственный кинетический момент (динамический спин) определяются как частные производные кинетической энергии по вектору трансляционной скорости и вектору угловой скорости соответственно. Рассмотрена (2003) модель тела–точки [5], структура которого определяется тремя параметрами: массой, моментом инерции и дополнительным параметром q , условно названным зарядом, который никогда не встречался в частицах, используемых в классической механике. Показано, что движение этой частицы по инерции в пустоте представляет собой движение по спирали, а при определенных начальных условиях — по окружности. Таким образом, показано, что в инерциальной системе отсчета движение изолированной частицы (тела–точки) по инерции не обязательно является прямолинейным.

Разработана (1994) концепция воздействий [1–5]. Концепция опирается на аксиому, которая дополняет принцип инерции Галилея, продолжая его на тела общего вида. Эта аксиома утверждает, что в инерциальной системе отсчета изолированное закрытое тело движется так, что его количество движения и кинетический момент сохраняются неизменными. Далее вводятся в рассмотрение силы и моменты, причем сила, действующая на закрытое тело, определяется как причина изменения количества движения этого тела, а момент, действующий на закрытое тело, — как причина

изменения кинетического момента. Пара векторов — вектор силы и вектор момента, называются воздействием.

Разработана (1994) концепция внутренней энергии тела [1–5], состоящего из тел-точек общего вида; сформулированы аксиомы, которым она должна удовлетворять. Принципиально новой является идея различать аддитивность по массе и аддитивность по телам. Кинетическая энергия тела аддитивна по массе этого тела, в то время как внутренняя энергия тела аддитивна по телам, составляющим рассматриваемое тело, но, вообще говоря, не является аддитивной функцией массы. В задаче Кейли разрешен парадокс, связанный с потерей энергии [5].

На элементарных примерах механики дискретных систем введены (2002) основные понятия термодинамики [4, 5]: внутренняя энергия, температура и энтропия. Определения понятий температуры и энтропии даны посредством чисто механических аргументов, основанных на использовании специальной математической формулировки уравнения баланса энергии.

1. Жилин П.А. Основные структуры и законы рациональной механики // Сб. докладов на 1-ом Всесоюзном совещании зав. каф. “Теорет. механика”, СПбГТУ, сент. 93. Изд. ВИКИ. 1994. С. 23–45.
2. Жилин П.А. Исходные понятия и фундаментальные законы рациональной механики // Тр. XXII Всесоюзной школы-семинара “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. С.-Петербург. 1995. С. 10–36.
3. Жилин П.А. Теоретическая механика. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. 146 с.
4. Жилин П.А. Основные положения эйлеровой механики // Тр. XXIX школы-семинара “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2002. С. 641–675.
5. Жилин П.А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ. 2003. 340 с.

Электродинамика

Показано [1, 2], что уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразования Галилея, т.е. для них справедлив принцип относительности Галилея. Найдена полная группа линейных преобразований, относительно которых уравнения Максвелла ковариантны, и показано, что преобразования Лоренца являются весьма частным случаем полной группы.

Хорошо известна роль, которую играют электромеханические аналогии в аналитической механике материальных точек. Для уравнений электродинамики подобные аналогии в современной теоретической физике не только неизвестны, но даже и отрицаются. В работе [3] дана математически строгая механическая интерпретация уравнений Максвелла и показано, что они полностью идентичны уравнениям колебаний несжимаемой упругой среды. Отсюда следует, что в уравнениях Максвелла содержится бесконечная скорость распространения волн расширения, что находится в явном противоречии со специальной теорией относительности. Иными словами,

электродинамика Максвелла и СТО несовместимы. Хотя сказанное и находится в противоречии с современными концепциями физики, но отмеченные аналогии были установлены самим Максвеллом, правда в отсутствии зарядов, а в [3] строго доказаны в общем случае.

Предложены [3–5] модифицированные уравнения Максвелла, в которых все волны распространяются с конечной скоростью, одна из которых обязана быть выше скорости света в пустоте. Если сверхсветовую скорость устремить к бесконечности, то модифицированные уравнения переходят в уравнения Максвелла. Волны со сверхсветовой скоростью являются продольными. Не исключено, что именно эти волны объясняют экспериментально установленный факт наличия излучений, распространяющихся со сверхсветовой скоростью.

Установлено [3–5], что электростатические состояния на самом деле являются гиперсветовыми волнами и реализуются вдали от фронта волны.

Показано [3], что ни классические, ни модифицированные уравнения Максвелла не в состоянии правильно описать взаимодействие между электронами и ядром в атоме. Указан путь разрешения этой проблемы.

Показано [6], что математическое описание упругого континуума двухспиновых частиц специального вида сводится к классическим уравнениям Максвелла. Предложенная механическая аналогия позволяет однозначно утверждать, что вектор электрического поля аксиален, а вектор магнитного поля полярен.

1. Жилин П.А. Принцип относительности Галилея и уравнения Максвелла. СПбГТУ. С.-Петербург. 1993. 40 с.
2. Жилин П.А. Принцип относительности Галилея и уравнения Максвелла // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1994. N 448. С. 3–38.
3. Жилин П.А. Реальность и механика // Тр. XXIII школы-семинара “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”. С.-Петербург. 1996. С. 6–49.
4. Zhilin P.A. Classical and Modified Electrodynamics // Proc. of Int. Conf. “New Ideas in Natural Sciences”. St.Petersburg, Russia. June 17–22, 1996. Part I – Physics. P. 73–82.
5. Жилин П.А. Классическая и модифицированная электродинамика // Сб. трудов IV междунар. конф. “Проблемы пространства, времени и движения”, посвященной 400-летию Декарта и 350-летию Лейбница. С.-Петербург, 23–29 сент. 1996. С.-Пб. 1997. Т. 2. С. 29–42.
6. Zhilin P.A. The Main Direction of the Development of Mechanics for XXI century // Lecture prepared for presentation at XXVIII Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg, Russia. 2000. Current book. Vol. 2.

Квантовая механика

В конце прошлого века лорд Кельвин описал строение эфира, ответственного, по его мнению, за истинный (но не индуцированный) магнетизм. Среда (эфир) Кельвина весьма специфична: частицы этой среды не имеют трансляционных движений, но обладают спиновым движением. Однако математических уравнений такой среды лорд Кельвин написать не мог, т.к. в то время еще не был открыт носитель спинового движения, т.е. тензор поворота. В работе [1, 2] выведены основные уравнения среды Кельвина и показано, что они являются некой комбинацией уравнения Клейна-Гордона и Шредингера. При малых скоростях вращения частиц уравнения среды Кельвина сводятся к уравнению Клейна-Гордона, а при больших скоростях - к уравнению Шредингера. Весьма показательно то, что оба уравнения лежат в основаниях квантовой механики.

1. Жилин П.А. Реальность и механика // Тр. XXIII школы-семинара "Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем". С.-Петербург. 1996. С. 6–49.
2. Zhilin P.A. Classical and Modified Electrodynamics // Proc. of Int. Conf. "New Ideas in Natural Sciences". St.Petersburg, Russia. June 17–22, 1996. Part I – Physics. P. 73–82.

Общая теория неупругих сред

Предложен (2001–2005) общий подход [1–6] к построению теории неупругих сред. При этом главное внимание обращено на ясное введение основных понятий: мер деформаций, внутренней энергии, температуры и химического потенциала. Рассмотрены полярные и неполярные среды. Новизна предложенного подхода в следующем. Используется пространственное описание. Фундаментальные законы формулируются для открытых систем. Дается новая трактовка уравнения баланса энергии, причем энтропия и химический потенциал вводятся посредством чисто механических аргументов. Внутренняя энергия задается в форме, одновременно пригодной для газообразных, жидких и твердых тел. При этом фазовые переходы в среде описываются без привлечения каких-либо дополнительных условий, допускаются и твердотельные фазовые переходы. Рассматриваемые материалы имеют конечную прочность на разрыв. Это означает, что определяющие уравнения удовлетворяют условию сильной эллиптичности.

1. Жилин П.А. Основные уравнения теории неупругих сред // Тр. XXVIII школы-семинара "Актуальные проблемы механики". С.-Петербург. 2001. С. 14–58.
2. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference "Advanced Problems in Mechanics". St.Petersburg. 2002. P. 36–48.
3. Altenbach H., Naumenko K., Zhilin P. A micro-polar theory for binary media with application to phase-transitional flow of fiber suspensions // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2003. Vol. 15. N 6. P. 539–570.

4. Altenbach H., Naumenko K., Zhilin P.A. A micro-polar theory for binary media with application to flow of fiber suspensions // Proc. of XXX Summer School - Conference "Advanced Problems in Mechanics". St.Petersburg. 2003. P. 39–62.
5. Жилин П.А. Математическая теория неупругих сред // Успехи механики. Т. 2. N 4. 2003. С. 3–36.
6. Жилин П.А. К общей теории неупругих сред // Механика материалов и прочность конструкций. Труды СПбГПУ. N 489. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 2004. С. 8–27.

Пространственное описание кинематики сплошной среды

При построении общей теории неупругих сред использовано (2001) так называемое пространственное описание [1–4], при котором в некоторой фиксированной области системы отсчета в разные моменты времени оказываются разные частицы среды. Благодаря использованию пространственного описания построена теория, в которой не используется концепция гладкого дифференцируемого многообразия. Ранее такие теории строились только для жидкостей и газов. Впервые подобная теория построена для твердых тел, в которых девиаторная часть тензора напряжений отлична от нуля. Впервые пространственное описание использовано применительно к среде, состоящей из частиц с вращательными степенями свободы. Дано новое определение материальной производной, содержащее только объективные операторы. Предложенное определение материальной производной при использовании подвижной системы координат не вступает в противоречие с принципом инерции Галилея [2]. Показано, что при пространственном описании применимы стандартные методы введения тензора напряжений и других подобных ему величин [1]. Уравнения динамики среды выведены исходя из фундаментальных законов, сформулированных для открытых систем. Устранена имеющаяся в литературе ошибка, возникающая при интегрировании дифференциального уравнения, выражающего закон сохранения частиц.

1. Жилин П.А. Основные уравнения теории неупругих сред // Тр. XXVIII школы-семинара "Актуальные проблемы механики". С.-Петербург. 2001. С. 14–58.
2. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference "Advanced Problems in Mechanics". St.Petersburg. 2002. P. 36–48.
3. Жилин П.А. Математическая теория неупругих сред // Успехи механики. Т. 2. N 4. 2003. С. 3–36.
4. Жилин П.А. К общей теории неупругих сред // Механика материалов и прочность конструкций. Труды СПбГПУ. N 489. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 2004. С. 8–27.

Теория деформаций

Обычно в нелинейной теории упругости теория деформаций строится как чисто геометрическая конструкция, при этом вводится в рассмотрение много разных тензоров

деформации и считается, что все они равноправны и любой из них может использоваться с одинаковым успехом. Однако, это не так. Показано (2001), что диссипативное неравенство накладывает такие ограничения на свободную энергию [1, 2], которые при использовании меры деформации Альманзи оказываются эквивалентными утверждению, что рассматривается изотропный материал. Иными словами, показано, что для анизотропных материалов свободная энергия не может быть функцией меры деформации Альманзи. Исходя из уравнения баланса энергии и диссипативного неравенства дано определение меры деформации. Показано, что в соответствии с данным определением мерой деформации является унимодулярный тензор.

1. Жилин П.А. Основные уравнения теории неупругих сред // Тр. XXVIII школы-семинара “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2001. С. 14–58.
2. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg. 2002. P. 36–48.

Уравнение баланса массы и уравнение баланса частиц

Введены в рассмотрение (2002) две независимые функции состояния: плотность частиц и массовая плотность [1–3]. Такое разделение оказывается важным, например, когда материал имеет тенденцию к фрагментации, поскольку в этом случае масса сохраняется, а число частиц — нет. Проницаемость тел обусловлена плотностью частиц, а внутренние взаимодействия — плотностью массы. Введением функции распределения частиц, по существу, стерта грань между дискретными и сплошными средами. Сформулированы два независимых уравнения: уравнение баланса массы и уравнение баланса частиц. В уравнении баланса частиц фигурирует функция, определяющая скорость производства новых частиц; эта функция и по своему физическому смыслу отождествляется с химическим потенциалом. Уравнение баланса энергии также содержит члены, которые описывают формирование новых частиц или фрагментацию начальных частиц.

1. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg. 2002. P. 36–48.
2. Жилин П.А. Математическая теория неупругих сред // Успехи механики. Т. 2, N 4. 2003. С. 3–36.
3. Жилин П.А. К общей теории неупругих сред // Механика материалов и прочность конструкций. Труды СПбГПУ. N 489. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 2004. С. 8–27.

Температура, энтропия и химический потенциал

С помощью специальной математической формулировки уравнения баланса энергии (2001), полученной посредством разделения тензоров напряжений на упругие и диссипативные составляющие, путем чисто механических аргументов введены в рассмотрение характеристики состояния, которые по своему физическому смыслу соот-

ветствуют температуре, энтропии и химическому потенциалу [1–4]. Исходя из требований второго закона термодинамики, на введенные характеристики наложены дополнительные ограничения, что и завершило их формальное определение. Получено приведенное уравнение баланса энергии, записанное относительно свободной энергии, главное назначение которого состоит в указании аргументов, от которых зависит свободная энергия. Важным является то обстоятельство, что нельзя сначала определить внутреннюю энергию, а затем энтропию и химический потенциал. Все эти понятия могут быть введены только одновременно. Для установления связи между внутренней энергией, энтропией, химическим потенциалом, давлением и т. д. служит приведенное уравнение баланса энергии. Показано, что свободная энергия является функцией температуры, плотности частиц и мер деформации, где все перечисленные аргументы независимы. Получены соотношения Коши-Грина, связывающие энтропию, химический потенциал и тензоры упругих напряжений с температурой, плотностью частиц и мерами деформации, так что для конкретизации определяющих уравнений требуется только задание свободной энергии.

Получены уравнения, характеризующие участие энтропии и химического потенциала в формировании внутренней энергии. Предложены определяющие уравнения для векторов потока энергии [3], которые в частном случае переходят в аналог известного закона Фурье-Стокса.

1. Жилин П.А. Основные уравнения теории неупругих сред // Тр. XXVIII школы-семинара “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2001. С. 14–58.
2. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg. 2002. P. 36–48.
3. Жилин П.А. Математическая теория неупругих сред // Успехи механики. Т. 2. N 4. 2003. С. 3–36.
4. Жилин П.А. К общей теории неупругих сред // Механика материалов и прочность конструкций. Труды СПбГПУ. N 489. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 2004. С. 8–27.

Теория консолидирующихся сыпучих сред

Построена (2001) общая модель сыпучей среды [1, 2], частицы которой могут слипаться (консолидироваться). Частицы среды обладают трансляционными и спинорными степенями свободы. Для изотропного материала в предположении малости перемещений и изотермичности процесса деформирования построена теория консолидирующихся сыпучих сред в замкнутой форме [1].

Показано, что допущение о том, что тензор вязких напряжений зависит от скорости, приводит либо к нарушению диссипативного неравенства, либо к нарушению гиперболичности [1]. Следовательно, это допущение неприемлемо. Вместо принятого в литературе тензора вязких напряжений введен в рассмотрение антисимметричный тензор напряжений [1], для которого считается справедливым закон сухого трения Кулона. Для тензора моментных напряжений принят закон вязкого трения, причем этот тензор также считается антисимметричным.

1. Жилин П.А. Основные уравнения теории неупругих сред // Тр. XXVIII школы-семинара “Актуальные проблемы механики”. С.-Петербург. 2001. С. 14–58.
2. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg. 2002. P. 36–48.

Фазовые переходы и общая теория упруго-пластичных тел

Построена (2002) новая теория упругопластических тел, основанная на описании неупругих свойств посредством фазовых переходов в материале [1–3]. Дано определение фазового перехода. Это сделано следующим образом. С понятием плотности частиц связаны две характеристики материала: компактность, определяемая как произведение количества частиц в единице объема на объем частицы, и пористость, определяемая как единица минус компактность. Твердое тело имеет несколько стабильных состояний, соответствующих разным значениям компактности. Переход из одного стабильного состояния в другое — это типичный фазовый переход. Предложено определяющее уравнение, описывающее характер изменения компактности вблизи точки фазового перехода.

Предложено определяющее уравнение для упругого давления [1], которое хорошо описывает не только газы и жидкости, но и твердые тела с фазовыми переходами. При этом материал имеет конечную прочность на разрыв. Различие между твердыми и жидкими телами заключается, главным образом, в их реакции на изменение формы. Описать эту реакцию можно, только приняв во внимание девиатор тензора напряжений. При классическом подходе девиатор тензора упругих напряжений, который по определению не зависит от скоростей, при описании неупругих свойств материала игнорируется. Для твердых тел это неприемлемо. Одна из задач теории заключается в определении строения внутренней энергии, которое должно отражать наличие многих твердотельных фаз. Большинство фазовых переходов в твердых телах связано с тем фактом, что максимальные сдвиговые (касательные) напряжения в материале имеют довольно низкий верхний предел. Предложены определяющие уравнения для девиатора тензора напряжений [1], в которых модуль сдвига зависит от параметров состояния (температуры, массовой плотности, деформации).

1. Zhilin P.A. Phase Transitions and General Theory of Elasto-Plastic Bodies // Proc. of XXIX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”. St.Petersburg. 2002. P. 36–48.
2. Жилин П.А. Математическая теория неупругих сред // Успехи механики. Т. 2. N 4. 2003. С. 3–36.
3. Жилин П.А. К общей теории неупругих сред // Механика материалов и прочность конструкций. Труды СПбГПУ. N 489. СПб.: Изд-во СПбГТУ. 2004. С. 8–27.

Микрополярная теория бинарной среды

Построена (2003) микрополярная теория бинарной среды [1, 2], состоящей из частиц жидкости и фибр. Жидкость считается вязкой неполярной, но с несимметричным тензором напряжений. Состояние фибр описывается с помощью антисимметричного тензора напряжений и антисимметричного тензора моментных напряжений. Принимаются во внимание силы вязкого трения. Второй закон термодинамики формулируется в виде двух неравенств, в предположении, что составляющие бинарной среды могут иметь разные температуры.

1. Altenbach H., Naumenko K., Zhilin P. A micro-polar theory for binary media with application to phase-transitional flow of fiber suspensions // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2003. Vol. 15. N 6. P. 539–570.
2. Altenbach H., Naumenko K., Zhilin P.A. A micro-polar theory for binary media with application to flow of fiber suspensions // *Proc. of XXX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”*. St.Petersburg. 2003. P. 39–62.

Развитие математического аппарата

Разработана теория симметрии тензорных величин, допускающая корректное рассмотрение аксиальных (неевклидовых) тензоров. Дано (2005) новое определение тензорных инвариантов [1, 2]. Это определение совпадает с традиционным только для евклидовых тензоров. Показано, что любой инвариант является решением некоторого дифференциального уравнения первого порядка. Число независимых решений этого уравнения определяет минимальное число инвариантов, необходимых для фиксации системы тензоров как твердого целого.

1. Жилин П.А. Модифицированная теория симметрии тензоров и их инвариантов // *Нелинейные проблемы механики сплошных сред: Изв. высш. учеб. зав. Северо - Кавказский регион. Естественные науки (2003)*. Спецвыпуск. С. 176–195.
2. Zhilin P.A. Symmetries and Orthogonal Invariants in Oriented Space // *Proc. of XXXII Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”*. St.Petersburg. 2005. P. 470–483.

Пьезоупругость

Получены (2002–2005) уравнения пьезоупругости [1, 2], содержащие несколько разных теорий, две из которых новые. В основе предлагаемой общей теории лежит модель микрополярного континуума. Основные уравнения выводятся из фундаментальных законов механики Эйлера и содержат несимметричные тензоры силовых и моментных напряжений.

1. Kolpakov Ja. E., Zhilin P.A. Generalized continuum and linear theory of the piezoelectric materials // *Proc. of XXIX Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”*. St.Petersburg. 2002. P. 364–375.
2. Zhilin P.A., Kolpakov Ya.E. A micro-polar theory for piezoelectric materials // *Lecture at XXXIII Summer School - Conference “Advanced Problems in Mechanics”*. St.Petersburg, Russia. 2005. Current book. Vol. 2.

Ферромагнетизм

Предложена (1998–2001) теория ферромагнетизма [1–3], которая при определенных частных предположениях сводится к известным уравнениям, описывающим поведение ферромагнетиков. Уравнения предлагаемой теории выводятся из фундаментальных законов механики Эйлера, в основе теории лежит модель среды Кельвина. В отличие от известных теорий, предлагаемая теория описывает явление магнитоакустического резонанса.

1. Grekova E.F., Zhilin P.A. Ferromagnets and Kelvin's Medium: Basic Equations and Magnetoacoustic Resonance // Proc. of the XXV-XXIV Summer Schools "Nonlinear Oscillations in Mechanical Systems". Vol. 1. St.Petersburg. 1998. P. 259–281.
2. Грекова Е.Ф., Жилин П.А. Уравнения упругих нелинейных полярных сред и аналогии: среда Кельвина, неклассические оболочки и непроводящие ферромагнетики // Нелинейные проблемы механики сплошных сред: Изв. высш. учеб. зав. Северо - Кавказский регион. Естественные науки (2000). Спецвыпуск. С. 24–46.
3. Grekova E.F., Zhilin P.A. Basic equations of Kelvin's medium and analogy with ferromagnets // Journal of elasticity. Vol. 64. (2001) P. 29–70.

Составители: Е.А. Иванова, Д.А. Индейцев, А.М. Кривцов.