

# Введение

Множество конструкций типа оболочек, находящих применение в технике и строительстве, увеличивается и в настоящее время. Из этого множества были выделены некоторые подмножества элементов, обладающих сходными свойствами; для них были разработаны соответствующие варианты теорий оболочек. Среди последних нужно отметить следующие: 1) теорию тонких однослойных оболочек; 2) теорию конструктивно-анизотропных оболочек; 3) теорию ребристых оболочек; 4) теорию тонких многослойных оболочек; 5) теорию перфорированных оболочек; 6) теорию сетчатых оболочек; 7) теорию однослойных оболочек не малой толщины и целый ряд других. В рамках каждого из перечисленных вариантов можно указать несколько версий, различающихся как исходными посылками, так и конечными уравнениями.

Из сказанного можно заключить, что современная теория оболочек — это глубоко разработанные разделы механики деформируемого тела. Однако процесс развития теорий оболочек нельзя считать законченным, поскольку в технике непрерывно возникают новые конструкции, расчет которых в рамках существующих вариантов теорий оказывается невозможным.

В этой связи неизбежно возникновение новых вариантов. Вероятно, можно утверждать, что число таких нетрадиционных конструкций будет возрастать. Это связано с выходом современной техники на чрезвычайно высокий уровень эксплуатационных параметров. Причем, реализация многих современных проектов требует разработки конструкций типа оболочек весьма сложного внутреннего строения, поскольку приходится решать одновременно несколько проблем. Многочисленные примеры конструкций такого рода доставляют термоядерная и атомная энергетика, химическое машиностроение, криогенная техника, новейшие конструкции пьезоэлектрических излучателей, космическая техника и т. д. При эскизном проектировании этих конструкций большую роль играют методы теории оболочек, ибо они позволяют наиболее просто проследить влияние тех или иных параметров и подсказать пути улучшения конструкций. На стадии разработки проекта сведения, доставляемые теорией оболочек, часто оказываются недостаточными и нужно проводить уточненный расчет по более сложным теориям. Но здесь уже многие параметры практически фиксированы, и идет уточнение деталей. Как известно, большую роль в исследовании конструкций типа оболочек сложного внутреннего строения играет концепция оболочки с приведенными модулями. Несмотря на значительную ограниченность такого подхода, он все-таки оказывается очень полезным в практическом отношении. Однако использование концепции оболочки с приведенными модулями в настоящее время требует от инженера известной изобретательности и опыта, поэтому представляется целесообразным выявить основные закономерности и приемы построения уравнений, описывающих поведение конструкций типа оболочек сложного внутреннего строения.

Представляется очевидным, что традиционные методы, основанные на последовательном упрощении уравнений пространственной теории упругости, здесь не эффективны, в частности, из-за их сложности. Чтобы выбрать подходящий метод, нужно обратиться к

анализу уже существующих вариантов теории оболочек, поскольку они уже доказали свою плодотворность. Причем полезно проследить не процедуру построения этих вариантов, а их конечные уравнения. Тогда можно заметить, что многим из них присущи две определяющие особенности: 1) они описываются в терминах двумерного многообразия и 2) они опираются на понятия усилий и моментов, но игнорируют все сверхстатические факторы. Разумеется, существуют и необходимые более сложные мультиполярные (полимоментные) теории, но в данной работе они не рассматриваются. Отмеченные две особенности положены в основу излагаемого ниже подхода.

*Примем **определение**: простой оболочкой называется двумерная деформируемая среда, напряженное состояние в которой полностью определяется заданием двух силовых тензоров: тензора усилий и тензора моментов.*

Таким образом, в рассмотрение введен новый (по форме, но не по существу) объект, названный простой оболочкой. Новым он является потому, что под него подпадают совершенно различные объекты: однослойные, многослойные, ребристые, мягкие, сетчатые и другие оболочки, а также биологические мембраны и сходные с ними объекты. Попадают под определение простой оболочки и многие конструкции, для которых еще не разработаны соответствующие теории. Название “простая оболочка” принято по аналогии с простыми материалами в механике сплошной среды. Как будет показано в работе, в теории простых оболочек тензоры усилий и моментов являются функционалами только от первых градиентов деформации.

Принятое определение однозначно для кинематической модели простой оболочки: *каждое тело–точка рассматриваемой двумерной среды является абсолютно твердым телом и имеет шесть степеней свободы.* Заметим, что было бы ошибкой считать, что принятие данной кинематической модели эквивалентно принятию гипотез типа “прямой неизменяемой нормали” или других гипотез кинематического типа.

Чтобы превратить абстрактную деформируемую среду в удобный инструмент инженерного анализа, нужно наделить ее соответствующими свойствами. Прежде всего, ей необходимо приписать массу и способность сопротивляться деформированию. Далее нужно сформулировать некие законы, управляющие поведением простых оболочек.

Примем, что для простой оболочки справедливы следующие принципы.

**1. Принцип затвердевания** (*принцип локальности, или принцип освобождения от связей*):

произвольно выделенная часть простой оболочки не изменит своего состояния, если воздействие отброшенной части заменить соответствующим распределением усилий и моментов, действующих по границе выделенной части.

**2. Первый закон динамики Эйлера:**

скорость изменения количества движения произвольно выделенной части простой оболочки равна главному вектору сил, действующих на эту часть.

**3. Второй закон динамики Эйлера:**

скорость изменения кинетического момента (момента количества движения) произвольно выделенной части простой оболочки равна главному моменту сил и моментов, действующих на эту часть.

**4. Первый закон термодинамики** (*уравнения баланса энергии*):

скорость изменения полной энергии произвольно выделенной части простой оболочки равна мощности сил и моментов, действующих на эту часть, плюс скорость подвода энергии немеханического происхождения (обычно в форме тепла).

**5. Второй закон термодинамики:**

вся механическая работа может быть переведена в тепловую энергию, но всю тепло-

---

вую энергию перевести в механическую работу невозможно.

В принципе, сформулированных аксиом достаточно, чтобы построить замкнутую теорию простых оболочек при надлежащем выборе уравнений состояния. Однако техническая реализация этого построения наталкивается на ряд затруднений, преодоление которых и составляет основное содержание теории.

Разумеется, приемлемость сформулированных законов к абстрактной двумерной среде можно оспорить. В этой связи отметим только, что во всех известных вариантах теории оболочек эти законы справедливы. Известно, что собственно построение той или иной теории не является достаточным обоснованием ее целесообразности. Нужно еще доказать, что в пределах своей применимости она, с одной стороны, не уступает своим предшественницам, а с другой стороны, позволяет рассмотреть некоторые новые задачи.